



Haziran Ayının Ödüllü Soru ve Cevapları

Soru 1:

Aşağıdaki hangi açık yazılar, verilen anahtarlarla Vigenere şifrelemeye tabi tutulduklarında, oluşan gizli yazıları anlamlı bir kelime olmaktadır? (A = 0, B = 1, C = 2, ..., Z = 28 kodlamasını kullanınız)

<i>Açık Yazı</i>	<i>Anahtar</i>	<i>Gizli Yazı</i>
DÜNYA	KALEM	
TELEFON	SMS	
MAKİNE	ÖEŞJÖM	
ARNAVUTLUK	TİRAN	
TONTON	ÜJE	

Cevap 1:

MAKİNE, TONTON

Verilen anahtarlarla, açık yazılara Vigenere şifrelemeyi uygulayalım:

<i>Açık Yazı</i>	<i>Anahtar</i>	<i>Gizli Yazı</i>
DÜNYA	KALEM	OÜBÇM
TELEFON	SMS	MRFVSHĞ
MAKİNE	ÖEŞJÖM	DEFTER
ARNAVUTLUK	TİRAN	TCGAKÖEEUA
TONTON	ÜJE	PASPAS

MAKİNE ve TONTON açık yazıları için, DEFTER ve PASPAS gizli yazılarının oluştuğunu buluruz.

Soru 2:

Aşağıda, bir bilgisayar sisteminin kullanıcılarının anahtarlarının bit değerleri verilmiştir:

Kullanıcı	4. bit	3. bit	2. bit	1. bit
Ayşe	0	0	0	0
Bora	0	0	0	1
Canan	0	0	1	0
Çınar	0	0	1	1
Derya	0	1	0	0
Efe	0	1	0	1
Fahri	0	1	1	0
Güven	0	1	1	1
Haluk	1	0	0	0
Işıl	1	0	0	1
İsmet	1	0	1	0
Jale	1	0	1	1
Kaya	1	1	0	0
Lale	1	1	0	1
Mehmet	1	1	1	0
Nesrin	1	1	1	1

Sistem yöneticileri, bu sisteme virüs bulaştırdığından şüphelendikleri kişiyi bulabilmek için bir program kullanıyorlar, ve bu program şu çıktıları veriyor:

- (i) Kişinin anahtarının 1. biti, %60 olasılıkla 0, %40 olasılıkla 1 dir.
- (ii) Kişinin anahtarının 2. biti, %100 olasılıkla 0 dir.
- (iii) Kişinin anahtarının 3. biti, %20 olasılıkla 0, %80 olasılıkla 1 dir.
- (iv) Kişinin anahtarının 4. biti, %70 olasılıkla 0, %30 olasılıkla 1 dir.

Olası şüpheli kişilerin kim olduğunu, ve bunların arasında en yüksek ile en düşük olasılıklara sahip kişileri bulunuz.

Cevap 2:

Ayşe, Bora, Derya, Efe, Haluk, Işıl, Kaya, Lale
En yüksek olasılık: Derya, En düşük olasılık: Işıl

Anahtarın 2. bit' inin 0 olduğu program tarafından kesin olarak bulunduğundan, bu bitleri 1 olan kullanıcılar, şüpheli değildir. Onlar haricindeki tüm kullanıcılar şüpheli kümesindedirler (Ayşe, Bora, Derya, Efe, Haluk, Işıl, Kaya, Lale).

Her birinin olasılıklarını hesaplayalım:

Ayşe:	$0.6 \times 0.2 \times 0.7 = 0.084 \rightarrow \% 8.4$
Bora:	$0.4 \times 0.2 \times 0.7 = 0.056 \rightarrow \% 5.6$
Derya:	$0.6 \times 0.8 \times 0.7 = 0.336 \rightarrow \% 33.6$
Efe:	$0.4 \times 0.8 \times 0.7 = 0.224 \rightarrow \% 22.4$
Haluk:	$0.6 \times 0.2 \times 0.3 = 0.036 \rightarrow \% 3.6$
Işıl:	$0.4 \times 0.2 \times 0.3 = 0.024 \rightarrow \% 2.4$
Kaya:	$0.6 \times 0.8 \times 0.3 = 0.144 \rightarrow \% 14.4$
Lale:	$0.4 \times 0.8 \times 0.3 = 0.096 \rightarrow \% 9.6$

Bu durumda, şüpheli kişiler arasında, anahtarı en yüksek olasılığa sahip kullanıcı Derya (% 33.6), en düşük olasılığa sahip kullanıcı ise Işıl (% 2.4) olmaktadır.

Soru 3:

4, 9, 32, 49, 2048, 169, 131072, 361, 8388608, 841, 2147483648, ?

Cevap 3:

1369

Dizide, $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, $p_n = n$. asal sayı için, aşağıdaki kurala göre oluşturulan sayılar sırayla yazılmışlardır:

$$n \text{ tek sayıysa} \rightarrow 2^{p_n}$$

$$n \text{ çift sayıysa} \rightarrow p_n^2$$

Bu durumda:

$$n = 1 \rightarrow n \text{ tek sayı} \rightarrow 2^{p_1} = 2^2 = 4$$

$$n = 2 \rightarrow n \text{ çift sayı} \rightarrow p_2^2 = 3^2 = 9$$

$$n = 3 \rightarrow n \text{ tek sayı} \rightarrow 2^{p_3} = 2^5 = 32$$

$$n = 4 \rightarrow n \text{ çift sayı} \rightarrow p_4^2 = 7^2 = 49$$

$$n = 5 \rightarrow n \text{ tek sayı} \rightarrow 2^{p_5} = 2^{11} = 2048$$

...

olmaktadır.

Dizinin sorulan 12. elemanı için:

$$n = 12 \rightarrow n \text{ çift sayı} \rightarrow p_{12}^2 = 37^2 = 1369$$

cevabına erişilir.